

### 第3学年〇組 数学科学習指導案

指導者 〇〇 〇〇  
(福岡市立〇〇中学校)

#### 1 単元 三平方の定理

#### 2 指導観

- 本単元で学習する三平方の定理は人々の生活と深い関わりのある有名な定理である。ユークリッド空間における距離を規定し、代数的な観点、幾何的な観点の両面から捉えることができ、数学的な美しさや定理の有用性を感得できる内容である。また、長さを求める方法が増えたことで図形についての見方や考え方をさらに深めることができる内容である。

本単元のねらいは、三平方の定理の意味を理解し利用することで、平面図形、空間図形において長さや面積、体積を考察できるようになることである。さらに、これまで解決できなかった身の周りの図形に関する事象に定理を活用して解決しようとすることである。学習内容は、三平方の定理、定理の意味と証明、三平方の定理の逆、定理の利用などがある。この学習を通して、生徒は平面図形や空間図形、文字式の計算、平方根、2次方程式などの図形や数式などを統合させて様々な課題に取り組むことができるようになる。また、意見を交流することで、自己の考えを数学的な表現で他者に伝え、他者の考えから自己の考えを比較・検討することができ、その中で論理的な考察ができるようになる。これらのことは、数学的な考え方をさらに深め、自分の考えを相手に伝える力を高めあえることからもたいへん意義がある。
- 本学級の生徒は、基本的な内容の理解ができており、与えられた課題には熱心に取り組むことができる。図形に関するアンケートを実施して生徒の興味・関心を調査した。その結果、「図形の学習は好きですか」という質問には51%の生徒が「他の学習と比べると好き」と答えている。理由としては、「面積や体積、角度を求めることがおもしろい」「いろいろな方法で考えることができる」「作図が楽しい」などである。一方で、28%の生徒が「あまり好きではない」と答えている。理由としては、「証明したり説明したりすることが苦手」というものがほとんどであった。また、「どのような説明だとわかりやすいですか」という質問に対しては、「図をかいて説明してもらおうとわかりやすい」という内容がもっとも多かった。「友だちに説明するときは図をかくように心がけている」という内容の記述があった。このことから、生徒が課題解決をはかるとき内容をイメージできるような図を用いて進めていきたい。生徒は、これまでに図形の性質の証明、平行線についての長さの比を学習をしている。生徒たちの中には、課題解決の方法を生徒同士で教えあう姿が見られる。しかし、授業の中では自己の考えを表現することに関して積極性がなく、答えがあっていればいいという考えの生徒も見られる。この単元を通して、筋道を立てて自己の考えを説明できるようになることや、他者の説明を聞き、自己の考えと比較・検討ができるように指導していきたい。
- 本単元の指導にあたっては、三平方の定理をあたえるのではなく、操作活動を通して生徒自らに気づかせたい。また、自らの考えを表現した入り、お互いの思考過程を共有し合ったりする交流の場を多く設定し、数学的な見方や考え方を深めさせる。そのためにまず、半径が違う様々な円を作図させる。ここでは、半径と円周上の座標の関係を探り、その間に成り立つ規則性を自ら発見させて三平方の定理に興味や関心をもたせる。その際、表を用いて規則性に気づかせるようにしたい。次に、三平方の定理の意味や証明の仕方について考えさせ、定理を使った直角三角形の辺の長さを求める方法を理解させる。ここでは、進んで証明の仕方を考えさせるために、視覚的にとらえられる図形を使う。その際、様々な証明があることを紹介し証明への興味をもたせる。さらに、三平方の定理の逆が成り立つことを理解させる。ここでは、3辺の長さの関係によって直角三角形になるかどうか決定されることを具体的な辺の長さから判断させる。最後に、図形の計量において三平方の定理を活用して考えさせる。ここでは、解決の手段として三平方の定理が利用できるように、図形のどの位置に直角三角形ができるかを見いださせたり、補助的に作りだすことができるかを考えさせたりする。その際、自己の思考過程を表現させ、一人一人の考えを出し合わせて交流させる。また、自己と他者との考えを比較・検討させ、数学的な考え方を深めさせていくことにつなげていきたい。

### 3 単元の指導目標

観 点	評 価 規 準
数学への 関心・意欲・態度	<ul style="list-style-type: none"> <li>・直角三角形の3辺の長さの関係に関心をもち、三平方の定理を進んで見いだそうとする。</li> <li>・三平方の定理のよさに気づき、その証明について進んで調べようとする。</li> <li>・三平方の定理を平面図形や空間図形の計量に活用しようとする。</li> </ul>
数学的な 見方や考え方	<ul style="list-style-type: none"> <li>・直角三角形の3辺の長さの間に成り立つ関係を見だし、考察することができる。</li> <li>・三平方の定理の定理の意味や証明の仕方を考察することができる。</li> <li>・平面図形や空間図形の中から直角三角形を見だし、三平方の定理を用いて考察することができる。</li> </ul>
数学的な 表現・処理	<ul style="list-style-type: none"> <li>・三平方の定理を用いて、直角三角形の辺の長さを求めることができる。</li> <li>・三平方の定理を利用して、図形の長さや面積、体積を求めることができる。</li> </ul>
数量、図形などに ついての 知識・理解	<ul style="list-style-type: none"> <li>・三平方の定理や三平方の定理の逆を説明できる。</li> <li>・三平方の定理を用いて、直角三角形の辺の長さを求める方法を説明できる。</li> </ul>

### 4 単元の指導計画（ 総時間数15時間 ）

次	時	主な学習活動・内容	主な指導・支援上の留意点	評価規準（評価方法）
一	2	1 三平方の定理が成り立つことを見いだす。 ・円の半径と座標の間にある関係 ・三平方の定理	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 円の半径と座標の間にある規則性を探らせる。</li> <li>○ 対応表を用いて関係をとらえ興味・関心を高めさせる。</li> <li>○ 交流活動によって他者の意見を聞きプリントにまとめ自己の考えを深めさせるような場面をつくっていく。</li> </ul>	<p>関：円と座標の関係に関心をもち、三平方の定理を進んで見いだそうとする。 (様相チェック)</p> <p>考：円と半径の間に成り立つ規則性に気づき、考察することができる。 (プリント分析)</p>
二	6	2 定理の意味を理解し証明について考える。 (1) 定理の意味を理解する。 ・直角三角形の3辺の長さの関係 (2) 証明について考える。 ・三平方の定理の証明 ・多様な証明方法 (3) 定理を用いる。 ・直角三角形の辺の長さ ・特別な直角三角形の辺の比	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 証明では直観的にとらえさせたり、紙を切り抜いて貼り合わせて考えさせたりして関心をもたせる。</li> <li>○ 様々な証明方法があることを伝えて定理の重要性や興味をもたせる。</li> <li>○ <math>45^\circ</math> や <math>60^\circ</math> の角をもつ直角三角形の辺の長さを定理を使って求めさせる。</li> </ul>	<p>考：三平方の定理の意味や証明の仕方を考察することができる。 (発言チェック) (ノート分析)</p> <p>関：三平方の定理のよさに気づき、その証明を進んで考えようとする。 (様相チェック) (プリント分析)</p> <p>知：直角三角形の辺の長さを三平方の定理を利用して求めることを理解している。 (小テスト分析)</p>
三	2	3 三平方の定理の逆が成り立つことを理解する。 ・定理の逆	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 3辺の長さの関係によって直角三角形になるかどうかが決まされることを理解させる。</li> </ul>	<p>知：三平方の定理や三平方の定理の逆を説明できる。 (発言チェック) (テスト分析)</p>

四	5	<p>4 三平方の定理を利用する。</p> <p>(1) 平面図形に利用する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>平面図形の線分の長さや面積</li> </ul> <p>(2) 空間図形に利用する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>空間図形の線分の長さ</li> <li>すい体の高さ，表面積，体積</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>三平方の定理を利用することによって平面図形や空間図形の計量，また図形の性質の考察が深まることを認識させる。</li> <li>空間図形の中から直角三角形をとりだして考えさせる。そのとき，どの辺が斜辺になるか考えさせる。</li> <li>自己と他者との考えを比較・検討させ，お互いの考えを深めさせる。</li> </ul>	<p>表：図形の長さや面積，体積を三平方の定理を利用して求めることができる。</p> <p>(ノート分析) (テスト分析)</p> <p>関：三平方の定理を平面図形や空間図形の計量に活用しようとする。</p> <p>(様相チェック) (プリント分析)</p> <p>考：平面図形や空間図形の中から直角三角形を見いだし，三平方の定理を用いて考えることができる。</p> <p>(発言チェック) (テスト分析)</p>
---	---	---	--	---

5 本 時 平成21年度10月7日(水) 第5校時 3年〇組教室 計画1/15

(1) 本時の指導観

本時では，三平方の定理の導入として，円を作図し半径を調べ，円の半径と座標の間に潜む関係について探らせ，次時の直角三角形の辺の長さの関係につなげていくことをねらう。そのためにまず，コンパスを用いて座標平面の原点を中心する円を作図させる。ここでは，異なる大きさの円をできるだけ多く作図させ，円周上にある格子点の数を調べさせる。その際，作図が進まない生徒にはコンパスの針を原点に鉛筆を格子点上において円を作図すればいいことを指示する。次に，作図した円の半径を調べて意見交流させる。ここでは，すぐに円の半径がわかるものは半径を書き込ませる。その際，半径がすぐには分からないものについて半径を求める方法を平方根の導入の学習内容を想起させ，生徒自身に気づかせる。さらに，格子点の座標と円の半径の間に潜む関係について考え，気づいたことを交流させる。ここでは，対応表をつくって3つの数字から考えられる関係を見いだしさせる。その際，発見した関係についてどの円についても成り立つことを確認させる。最後に，本時の学習を振り返って本時に分かったこと，疑問点などを確認し，次時の学習内容につなげていく。

(2) 主 眼

- 方眼紙上にできた円の半径を進んで調べようとする。
- 円の半径と座標の間に成り立つ関係を見い出す。

(3) 準 備

- ①学習プリント ②コンパス ③定規 ④方眼紙(模造紙) ⑤問題(模造紙)  
⑥めあて(模造紙)

(4) 過程

学習活動・内容	準備	手だて (○) と評価 (◆)	形態	配時
<p>1 めあてを確認し，問題を把握する。</p> <p>(1) めあてを確認する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px 0;">格子点を通る円の秘密を探ろう</div> <p>(2) 問題①を把握する。</p> <p>【問題①】</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px 0;">コンパスを使って原点を中心とする円をかいて格子点の数を調べてみよう。</div>	<p>⑥</p> <p>⑤</p>		一斉	1 4
<p>(3) コンパスを使って格子点を通る円を作図し，格子点の数を調べる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・格子点の数が 4, 8, 12 になる円</li> <li>・円周上の格子点の数の関係</li> </ul> <p>2 問題②を把握し，円の半径を調べ，グループで意見交流する。</p> <p>(1) 問題②を把握する。</p> <p>【問題②】</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px 0;">円の半径を調べてみよう。</div> <p>(2) 円の半径を調べて図に書き込む。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・半径がすぐに分かる場合 半径が 1, 2, 3, 4, 5...</li> <li>・半径がすぐにわからない場合 (すぐに分からない円の半径の求め方で予想される生徒の反応)</li> <li>・定規を使って円の半径を求める</li> <li>・円の半径を一辺とする正方形の外側にさらに正方形を作図して，その面積から 4 つの直角三角形の面積をひき，残った正方形の面積から半径を求める</li> </ul> <p>(4) 円の半径を求める方法をグループで交流する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・自己の考えと比較・検討</li> </ul>	<p>①②</p> <p>⑤</p> <p>①</p> <p>③</p> <p>④</p>	<p>○ 円を作図させるときは，円の中心が必ず原点にくることを確認し，できるだけ多く円をかかせる。</p> <p>○ 作図が進まない生徒に対しては格子点に鉛筆をあわせて円をかくよう指示する。</p> <p>○ 格子点の数によって半径がすぐわかる場合とわからない場合があることに気づかせる。</p> <p>○ 円の半径を一辺とする正方形が大きくなれば面積を求めることが複雑になるため，簡単な方法がないか考えさせる。</p> <p>○ 困っている生徒には平方根の学習内容を想起させ円の半径を求める方法がないか気づかせる。</p> <p>○ 交流の場をもうけ，自己の考えと比較・検討させる。</p> <p>◆ 半径を進んで調べようとしているか。 〈様相チェック〉</p>	<p>個</p> <p>一斉</p> <p>個</p> <p>グループ ↓ 一斉</p>	<p>1 5</p> <p>1 7</p>
<p>3 格子点を通る円の半径と座標の関係を探り，グループで意見交流する。</p> <p>(1) 関係を探る。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・対応表を利用して規則性を見いだす (予想される生徒の考え)</li> <li>・<math>x</math> 座標と <math>y</math> 座標をそれぞれ 2 乗したものの和は半径の 2 乗</li> </ul> <p>(2) グループで交流する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・自己の考えと比較・検討</li> </ul>	<p>①</p>	<p>○ 座標と半径の数字を縦に並べて対応表をつくり，3 つの数字の間の規則性を考えさせる。</p> <p>◆ 座標と円の半径の間に成り立つ関係を見いだそうとしているか。 〈発言チェック〉 〈プリント分析〉</p> <p>○ 発表を聞きプリントにまとめさせ自己の考えと比較・検討する機会をあたえ自己の考えを深めさせる。</p>	<p>個</p> <p>グループ</p>	4
<p>4 本時の学習を振り返り，次時の学習内容の確認をする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・分かったことや疑問点</li> <li>・次時に学習する内容</li> </ul>			一斉	4

# 数学 ワークシート

3年 ( ) 組 ( ) 番 氏名 ( )

## 【問題】

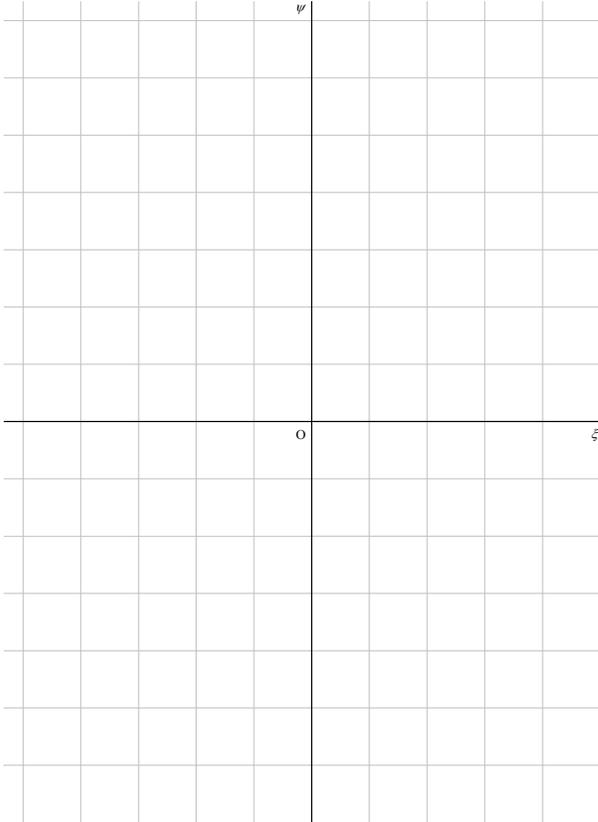
コンパスを使って原点を中心とする円をかいて格子点の数を調べなさい。

今日のめあて

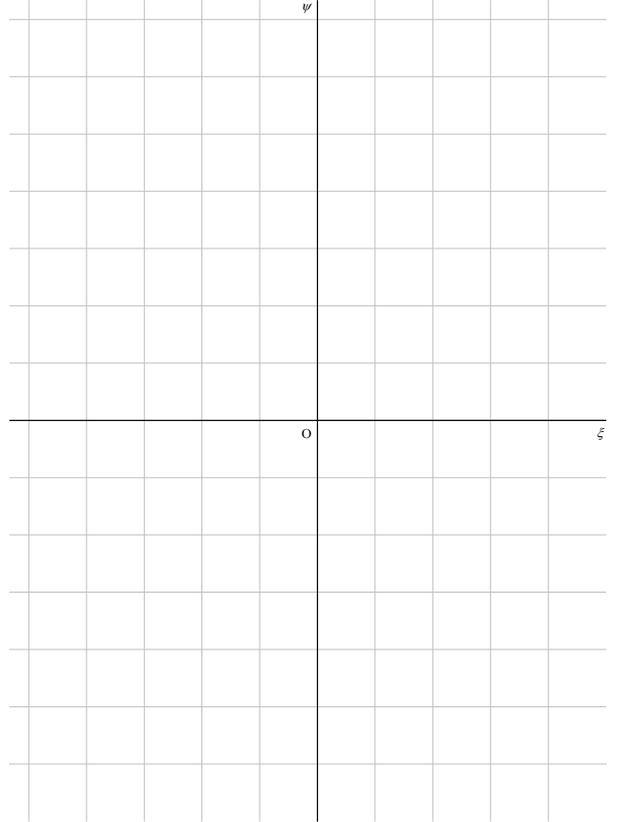
○

場合の求め方

《自分の考え》



《みんなの考え》



○

3つの数に潜む関係とは・・・


《自分の考え》

《みんなの考え》

自 己 評 価 票  
3年( )組( )番 氏名( )

○今日のめあて 「 \_\_\_\_\_ 」

評価内容	自己評価
① 方眼紙にできた円の半径を進んで考えようしましたか。	5 4 3 2 1
② 座標と円の半径の間に成り立つ関係について考えようしましたか。	5 4 3 2 1
③ みんなの意見をしっかり聞くことができましたか。	5 4 3 2 1
④ みんなの意見を聞いて自分の考えを広めることができましたか。	5 4 3 2 1

○今日の授業で分かったことを書いてみよう。

○今日の授業で疑問に感じていること、次の時間に学習したいことを書いてみよう。