

## 第3学年A組 数学科学習指導案

～任意図形の作図から柔軟な思考で，相似な図形の性質を見いだす

数学科学習指導法の研究～

### 1 単元名 「図形の相似」(全18時間)

### 2 本単元における基本的な考え

#### ○ ここで育てたい力とは，

ここで育てたい力とは，抽象的な図形という教材のなかで，2つの図形間の関係を考えることにより，柔軟にもものを見る目を養い，変化しても保存される性質を見抜く力である。

また，直観的な見方や見通しから，操作によって具体的に表現し，考えようとする力もあげられる

さらに，図形の学習に関しては直観的な思考力や想像力を的確に表現する力も必要である。

#### ○ 発展的な活動とは，

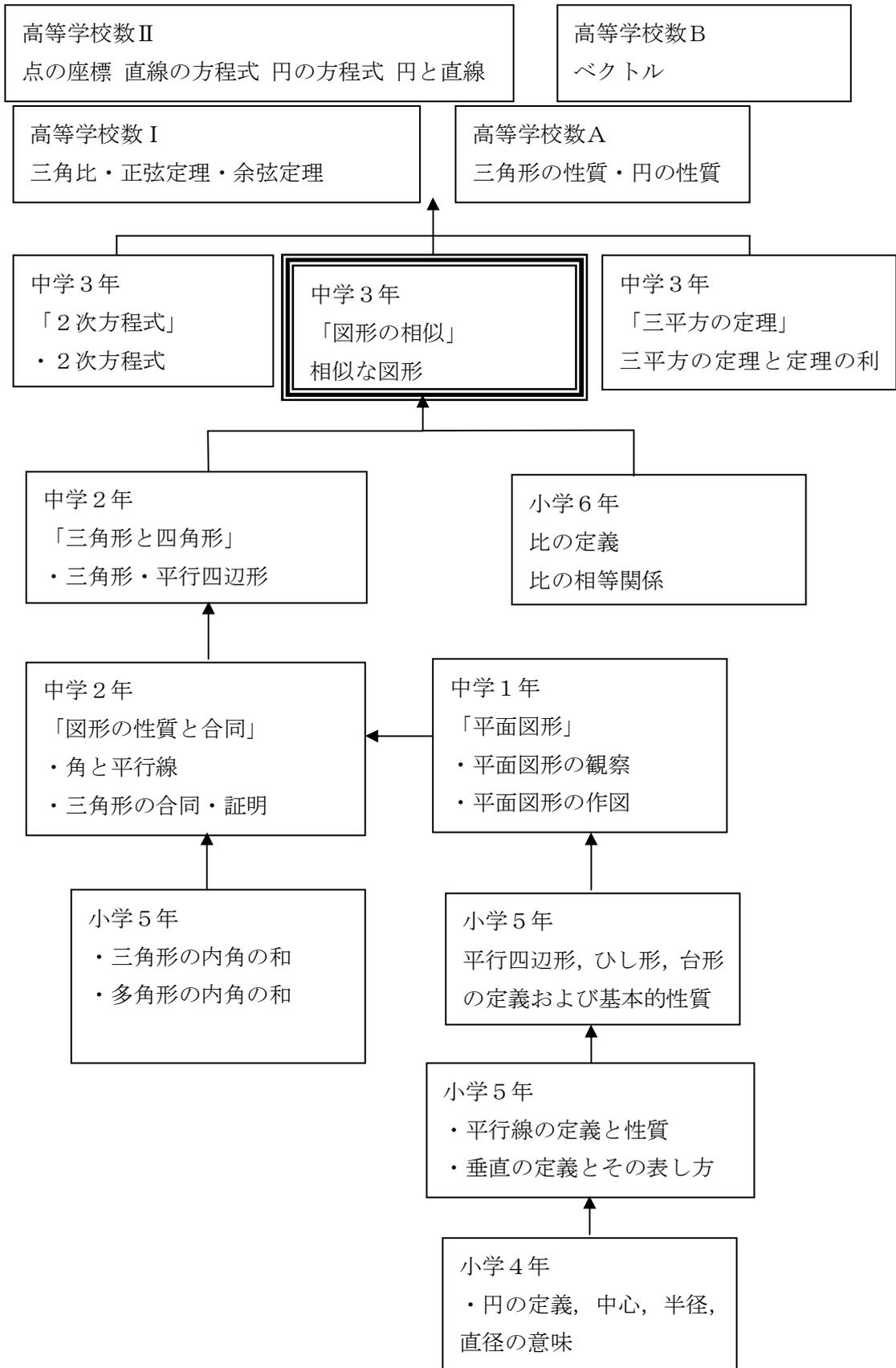
発展的活動とは，創造的思考の育成に重点をおいた活動である。本単元に置いては，すでに，相似な図形の対応する頂点，角，辺に関しては学習しており，さらに2つの図形が相似の位置にあるということ，関連した相似の中心の意味について学習している。

発展的活動構成の工夫としては，

- ・感動や発見する面白さを感じさせることのできる創造的学習を重視する。
- ・整理統合する力や新しい考えを直感的に生み出す感覚を磨く。

という点について行う。

3 系統表



## 4 指導観

○この章では、相似を図形の拡大・縮小という見方をもとにして導入しながら、対応する線分や角との間の関係で相似の意味を見直し、三角形の相似条件を明確にして、それを適宜活用できるようにする。第2学年では、三角形の合同条件、二等辺三角形や平行四辺形の性質およびなるための条件などをもとにして、演繹的に図形の性質を導くことを学んだが、ここでは、三角形の相似条件を用いて図形の性質を論理的に確かめ、数学的な推論の意義と方法についての理解を一層深めることがねらいである。

○本学級の生徒は、これまで、小学校において、相似の素地となる拡大・縮小を従来通り学習している。また、比についても同様にいえる。また中学校においては図形の合同、三角形と四角形などを学習してきている。本単元においては、これらの既習事項を基に、相似な図形を見だし、相似条件や、平行線と線分の比等を学習していく。そこで生徒の学習状況の実態を把握するため、前提・事前テストを行った。結果は以下の通りである。

前提・事前内容	問題	正答率
[1] 長さの比の値 三角形から比の値をもっとも簡単な整数の比で表すことができるか	下の三角形において、次の①、②の比をもっとも簡単な整数の比で表しなさい。 ① 線分ABと線分BCの長さの比 ② 線分ACと線分BCの長さの比	① 81.8% ② 75.8%
[2] 比の値 等しい比の値を選ぶことができるか。	次のア～エのうち、6:4と等しい比をすべて選び、記号で答えなさい。 ア 3:2      イ 8:6 ウ 18:15      エ 27:18	アを選べた人 81.8% エを選べた人 48.5%
[3] 合同な図形 合同な図形の対応する頂点、対応する辺、対応する角について理解しているか。	右の図で $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ です。 次の頂点、辺、角に対応するものをいいなさい。 ①頂点B ②辺AC ③ $\angle BAC$	① 90.9% ② 90.9% ③ 90.9%
[4] 合同な図形 三角形の合同条件を覚えているか。	三角形の合同条件をかきなさい。 ① ② ③	① 93.9% ② 93.9% ③ 84.8%
[5] 合同な図形 合同な図形を見つけることができるか	右の図で、合同な三角形はどれとどれですか。記号 $\equiv$ を使って表しなさい。また、そのときに使った三角形の合同条件を言いな	66.7% 合同条件

その際、合同条件をいうことができるか。	さい。	57.6%
以下は補充問題として		
[6] 比の値の計算 比の式から、比の値を求めることができるか。	次の式の $x$ の値を求めなさい。 ① $12 : 15 = 4 : x$ ② $x : 16 = 7 : 4$ 解答 ① 5 ② 28	① 81.8% ② 69.7%
[7] 等しい比 等しい比を求めることができるか	次の比が等しいかどうか答えなさい。 ① $6 : 8$ と $12 : 16$ ② $18 : 15$ と $56 : 45$ 解答 ① 等しい ② 等しくない	① 78.8% ② 69.7%
[8] 比の計算 文章から題意をくみ、比の値を求めることができるか。	ある中学校の3年生の男子の人数は136人で、男子と女子の人数の比は17:15です。このとき、3年生の女子の人数を求めなさい。 解答120人	51.5%

[3] 合同な図形の対応する頂点・辺・角，[4] 三角形の合同条件の3辺・2辺とその間の角，については比較的よく理解していると考えられる。しかし，[5] の合同な図形では実際に合同な三角形の向きが変わってしまうと，記号を使って対応する順に表すことが困難な生徒がいることが分かる。その際の合同条件も誤答がかなり見られた。

[2] についてはエの整数倍でない比の値を選択できる生徒が半数以下であった。これは，等しい比を見つける際，27 が6の整数倍でないと分かった段階で選択からはずしているようであった。

[8] については多くの生徒が文章から題意をくみ比の式を立式するとことのでつまずいているようであった。

以上の結果から，次のような生徒の実態が考えられる。

- ・合同な図形の対応，合同条件などの知識に関しては定着がみられる。
- ・図形の向きが違っていると合同だと認識しづらい。
- ・文章から題意をくみ，立式することに理解の差がみられる。

本単元の指導にあたって，中学校で合同に続き2年間の図形の学習を通して，論理的に考察し表現する能力を確実なものにする単元だと考えている。

まず，図形の拡大・縮小が実生活の中で数学が活用されている場面の1つであることを意識させたい。その際，直接に測定できない数値が地図，設計図等によって求めることができることにより，拡大・縮小，相似の数学の持つ実用性のよさを実感させたい。また，2つの図形が大きさが違っても，形は同じであるということを直観的に認めさせたい。

次に，拡大・縮小した図形を相似な図形という言葉で表すが，相似をどのような定義をするのかには様々な定義が考えられるが，生徒の理解を考慮し，具体的な例をあげて，対

応，相似の位置・中心，相似比，性質について理解させる。

さらに，相似条件については，論理的な考察力を養うということでは重要であると考えられる。ここでは，操作活動を行いながら，合同条件と対比し，理解させる。

最後に，三角形の相似条件を利用し，三角形と平行線，平行線と線分の比，中点連結定理などの図形の性質を証明によって導き出していけることを理解させる。

## 5 単元の目標

観 点	
関心・意欲・態度	A・拡大図，縮図が身のまわりで利用されていることに関心を持ち，そのよさを考えようとする。 B・拡大図，縮図が身のまわりで利用されていること考えようとする。
見方や考え方	A・相似な図から性質を自力で3つ以上見つけ出すことができる。 B・相似な図から，ヒントを手がかりに性質を3つ見つけ出すことができる。
表現・処理	A・相似な三角形を自力で3通り作図できる。 B・相似な三角形をヒントを手がかりに3通り作図することができる。
知識・理解	A・なぜ相似の関係となるかを定義を使って説明した記述がある。 B・相似であるかどうかを判定できる。

## 6 単元指導計画

	配時	目標	学習活動と内容	評価規準
図形の拡大と縮小	1	2つの図形の形が同じであるということを拡大図や縮図を通して理解する。	導入 拡大・縮小に関する身近な話題	関・拡大図，縮図が身のまわりで利用されていることに関心を持ち，そのよさを考えようとする。
相似	1	相似な図形について，対応する頂点，辺，角を理解する。	拡大・縮小の意味 記号 $\sim$ を使った表し方	知・相似の意味を理解する。
相似な図形の性質 (1)	2	相似の位置にある図形の意味について理解する。 相似の位置にある図形に関連して，相似の中心の意味を知る。	相似の位置，相似の中心	表・拡大図や縮図をかくことができる。

相似な図形の性質 (2)		相似比の用語を知り、理解する。 相似な図形の性質について理解する。(本時)	相似比 相似な図形の性質	表・相似な図形で、対応する辺の長さや角の大きさを求めることができる。 知・相似な図形の性質を理解する。
三角形の相似条件	1	辺の比や角の大きさに着目して三角形の相似条件を導き、まとめて理解する。	三角形の相似条件	関・2つの三角形が相似になるための条件があるかどうかに関心をもち、それを調べようとする。 考・三角形の辺や角の関係について調べ、三角形の相似条件を見いだすことができる。 知・三角形の相似条件を理解している。
相似の証明	2	相似条件を利用して、相似であることや、比の等式が成り立つことを証明する。	三角形の相似条件を使った相似の証明	考・三角形の相似条件を利用して図形の性質を考察し、それを証明することができる。
比の性質	1	比の性質を理解し、それを利用して相似な図形の未知の辺の長さを求めることができるようになる。	比の性質 比の性質を使った長さの求め方	表・相似な図形で、対応する辺の長さや角の大きさを求めることができる。
縮図と縮尺	1	縮尺をもとにして、実際の長さを求めることができるようになる。	縮図を使った長さの求め方	関・実測できない高さや距離などを求めるのに相似の考えが利用できることに気づき、相似の考えを活用しようとする。 表・直接に求められない高さや距離などを、相似を利用して求めることができる。
	1	練習問題		

三角形と平行線(1)	1	三角形のある1辺に平行な直線をひくことにより、線分の比に関する比例式が成り立つことを理解する。 三角形と平行線の定理を用いて線分の長さを求めることができる。	三角形と平行線の性質	関・平行線と線分の比に関心を持ち、それを平行線の性質や三角形の相似条件をもとに調べようとする。
三角形と平行線(2)	1	三角形の2辺をそれぞれ等しい比に分ける点を結ぶ線分は平行であることを理解する。	三角形と平行線の性質	知・平行線と線分の比について、観察、操作や実験などを通して性質を見だし、それを演繹的な方法で確かめることができる。
平行線と線分の比	1	いくつかの平行線に2直線が交わるとき、対応する線分の比は等しいことを理解する。	平行線と線分の比	知・平行線と線分の比についての性質を理解する。 表・平行線と線分の比についての性質を用い、線分の長さや比を求めることができる。
中点連結定理	1	三角形と平行線の定理の特別な場合として、中点連結定理を理解する。 中点連結定理を用いて、図形の性質を調べることができる。	中点連結定理とその利用	知・中点連結定理を理解している。 ・中点連結定理を利用して図形のいろいろな性質を証明することができる。
	1	練習問題		
	1	章の基本問題・問題		

7 本時 平成16年10月28日(木) 5限目 3年A組教室にて

### 8 本時目標

A：既習内容を活用して、相似な図形を多様にかくことができ、相似な図形の性質を説明することができる。

B：既習内容を活用して、相似な図形をかくことができ、相似な図形の性質に気づく。

### 9 本時指導の考え方

本時は実際に相似な図形を作図することによって、相似な図形の間で保存される性質に気づき、線分、角の大きさのみでなく、面積比まで着目し、相似比との関係を見いだすこ

とをねらいとしている。

つかむ段階では、図形の何に着目すればいいかを明確にするために、既習の図形を提示し拡大図・縮小図での対応する関係を想起させる。

見通し段階では、解決の方法として、辺の長さ・角の大きさに関しては出てくると思われる。しかし、図形としての認識ができない生徒には着色をさせるようにする。

つくる・検討する段階では、実際に各自で任意の図形をかかせることによってどのような相似な図形でも保存される性質があることに気づかせる。その際、自分が創った図形の2倍、3倍の拡大図を同一の用紙にかかせることで、より性質に気づくようにする。また、実際に自分が作図した図形の面積を求めることによって、面積比が相似比の2乗に等しいことを実感させる。さらに、交流を通して、多様な相似な図形においても保存される性質があることに気づかせる。さらに、自分の気づいた性質以外の多様な考えを味わえるようにする。

面積を求めることが困難な生徒に対しては、面積を分割して求めさせたり、簡単な図形に置き換えたりして計算させる。また、相似な図形の分割図を用いることにより理解を促したい。

## 10 準備

学習プリント、方眼紙、定規、コンパス、角度比較器、グラフ黒板、既習の掲示物

### 11 本時展開

段階	学習活動と内容	教師の支援	配時
つかむ	<p><b>1. 本時学習問題を知り、めあてをつかむ。</b>  <b>学習問題</b>            図形を拡大または縮小しましょう。</p> <p><b>めあて</b></p> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>相似な図形の性質をたくさん みつけよう。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・相似の学習で出てきた図形を提示し、既習内容の想起をはかる。</li> <li>・自分で任意の図形をかかせるようにする。</li> <li>・自分が何倍の相似な図形をかいているかを意識するため、作図の前に□倍と記入させる。</li> <li>・作図には必ず定規・コンパスを用い、頂点は格子点上にとるようにする。</li> </ul>	5
見通す	<p><b>2. 解決方法の見通しをもつ。</b>            (予想される例)            辺の長さの関係            角度の関係            面積の関係</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・辺の長さ、角の大きさについては出やすいと思うが、面積に着目した生徒の意見。</li> </ul>	7

つ く る ・ 検 討 す る	<p>3. 見通しを基に自力解決し、性質を見つける。</p> <p>(1) 自力解決する (予想される例)</p> <p>A 相似な図形で、<math>x</math> 倍の図形では辺の長さも <math>x</math> 倍になっている。</p> <p>B 相似な図形では角度の大きさは変わらない。</p> <p>C 相似比が <math>x</math> 倍のとき、面積が <math>x</math> の 2 乗倍になっている。</p> <p>(2) 図形を比較する</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・他の人の図形でも面積比が相似比の 2 乗になっていることを確認する。</li> <li>・自分の図形でも成り立つことを確認する。</li> <li>・他の図形についても更に作図し計算してみる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・整数倍ではコンパスを使い実際に長さをとって比較させる。</li> <li>・分数倍では定規や比の割合で計算させる。</li> <li>・分度器を使って計るようにさせる。</li> <li>・実際に値が曖昧なときは、傾きで比較させる。</li> <li>・面積に注目していない生徒には、面積を比較しやすいように、相似の中心を元の図形の外側にかかせるようにする。</li> <li>・面積について、実際に計算をさせて、どのような図でも、相似比の 2 乗倍になることを確認させる。</li> </ul>	28
ま と め る	<p>4. 本時のまとめをする。</p> <p>まとめ 対応する線分の長さの比を相似比という</p> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p><b>相似な図形の性質</b></p> <p>相似な図形では</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 対応する線分の長さの比は等しい。</li> <li>2 対応する角の大きさは等しい。</li> <li>3 面積比は相似比の 2 乗倍になっている。</li> </ol> </div>	対応する線分の長さの比を相似比ということをおさえる。	5
振 り 返 る	<p>5. 本時の活動を振り返る。</p> <p>(1) 本時の学習のよさや有用性を知る。</p> <p>(2) 今日の感想と自己評価を書く。</p>		5